

与数学史相伴的思考之旅 ——激发学生走向独立思维

陆祎雯

(杭州市翠苑第一小学 浙江 杭州 310012)

摘要:在数学教学中,适当追求学生对数学知识理解的深刻性是必不可少的。将小学数学教学与对应的数学史融入课堂教学有助于学生更深层次的理解,提高数学学习的兴趣,促进学生对数学定理的应用,在形成数学定理过程中激发学生独立思维,从而提高长期数学新授定理课堂教学质量和培养学生独立思考数学问题的能力。

关键词:数学教育;数学史;独立思维

记得一年级刚入学的学生会跑来问我为什么这门课叫数学,什么是数学?这个问题就像他们会仰着头问爸爸妈妈他们是从哪里来的一样熟悉和频繁。数学课伊始学习写阿拉伯数字。所以我总是从文字上诙谐地解读“数学数学,学习数字呀!你们认真好好写,数学才会学得好。”其实数学作为一门自然学科,真的很难用几句话去概括何为数学,《义务教育数学课程标准(2011年版)》将数学定义为研究数量关系和空间形式的科学,是人类文化的重要组成部分并安排了四个部分的课程内容:“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”。

我思考了很久,什么是数学,数学从哪里来?何为数学史;该如何运用到课堂教学中去;哪些知识点可以利用数学史进行教学;运用了数学史能否真正有效提高教学质量;到底学生哪方面的数学素养得到了提升。美国著名数学史家、数学教育家 M.克莱因似乎回答了笔者内心的部分疑惑。他说“历史是教学的指南”。言下之意,数学史自然就是数学教学指南。

一、缘起——儿童相见不相识,笑问客从何处来

一年级上册在教授完“10 以内数的认识”之后,课堂小结后有个学生提问“为什么这些数字叫阿拉伯数字?”这一提问竟然让学生们统一得出了“错误标准”答案,“这些数字是阿拉伯人发明的呗!”还好我有所准备,孩子们在阅读了 PPT 上的数学史料之后纷纷发出了恍然大悟的感叹声,原来阿拉伯数字是古印度人发明的,阿拉伯人传播到欧洲去的。同时笔者分别讲述在没有数字之前其他三大古国记录数量的方法。第二天家校联系本沟通栏中就出现了阿拉伯数字的由来,很自豪表示爸爸妈妈没搞懂的历史被他们了解得一清二楚,有的在家里还做了回小老师,有的利用数字历史甚至跟爸爸打赌赢得了额外的奖励。一时之间,班里对数学的学习兴趣高涨。这让当时初上讲台的笔者初识数学史与数学教学相结合的美妙化学反应。

四年级下册在教授“三角形内角和 180° ”之前,询问学生“三角形内角和是多少?”学生们统一得出了“正确标准”答案—— 180° ,追问为什么是 180° 时,学生的脸上纷纷出现了不自信表情回答着,有的说是自己量过得到,有的说是剪剪拼拼得到一个平角的。按照教案常规地进行授课,带着学生对不同类型的三角形进行测量拼贴,总结出了三角形内角和 180° 。三角形内角和是 180° 对于学生而言就如同一句无意识的口号,在作业本中稍难一些的变式达成率不尽如人意。第二天,我提出了升级版问题“为什么三角形内角和 180° ,你能不测量,不剪拼来证明吗?”教室里瞬间鸦雀无声。有基础差的学生干脆就放弃思考,靠着椅背望着天,毕竟“三角形内角和 180° ”这句口号他们喊得已经滚瓜烂熟了。笔者在备课初期就考虑到了这一点,对于已

经熟记的数学定理,很多学生是不愿再花时间去进行多角度思考这条定理是否存在不同证明或者解法,似乎已经掌握了。这时候,出示 PPT 上为学生介绍法国著名数学家物理学家帕斯卡在 12 岁的时候没有拼剪没有测量就证明了“三角形内角和 180° ”。面对这个“爆炸性”的数学史料,学生们顿时来了兴趣,历史上竟然有个数学家在他们的年龄就完成了这个证明。不服输的性子一下子就被激发出来了,学生们纷纷拿出了纸笔想要挑战一下帕斯卡,说不定自己就是明日的数学家呢!

这两个简短的亲身教学实例一直深深地印在笔者的脑海中,如果数学教学中渗透数学史内容(数学发展的历史,数学趣味故事,数学家人物自传等)而让学生的思维活起来,这样的数学课堂是不是就可以打破外学生对数学越学越沉默,视其为畏途的“偏见”?

二、情深——一枝独秀不是春,百花齐放满园春

翻阅书籍,一些数学史家和数学家早在 19 世纪就已经开始关注数学史的教育价值了。美国数学史家卡有利(F.Cajori)称,一门学科的历史乃是“使面包和黄油更加可口的蜂蜜”,认为数学史在课堂上可以激发学生的学习兴趣;又称,“学生所遭遇的困难往往是相关学科的创建者经过长期思索和探讨后所克服的实际困难”¹。在实际教学过程中,学生面对问题能主动思索多种解法是十分重要的,笔者想这体现了当下十分热门的教育关键词——以生为本和解题多样化。这些解法可以是学生的,也可以是历史上的。在课堂讨论中,可采取互动的方式师生共同讨论包括历史方法在内的各种方式²。而实际上,由于历史相似性的存在,即学生对数学概念的理解过程与数学概念的历史发展过程具有一定的相似性,历史上数学家所遭遇的困难正是学生所经历的障碍³。

实际教学过程中,学生很多点与历史上类似,有的是与数学家的总结数学定理时的年龄相仿;有的是计算过程,寻找的证明特例相似;有的是错误思路相似。当学生发现这些与历史中伟大的数学家想法相似时,都不经感叹“历史总是惊人地相似!”脸上洋溢着自己都不经意的自信与喜悦。学生乐意并投入到现实的、探索性的数学活动中去,养成独立思考问题的习惯。

对于小学一线教师来说利用数学史进行数学教学帮助学生进行独立思考是件十分诱人的挑战。教育部 2013 审定人教版数学教科书上往往以“你知道吗?”一栏为对应课题的数学史进行渗透。笔者对课本上已有的数学史进行了整理。

一年级上册:算筹、古埃及象形字、中国古代计时器

一年级下册:七巧板、中国古代货币介绍

二年级上册:现代多种测量工具、乘号的由来、用双手

表示9的乘法口诀、介绍我国两千多年的乘法口诀历史

二年级下册：我国剪纸背景、计数的历史演变、生活中的称

三年级上册：分数在我国的表示方式及其演化历史

三年级下册：指南针、除号的由来、二十四节气歌、闰年的由来、地球自转24时区、小数出现的历史

四年级上册：三位一分节的大数的由来；数的由来及其发扬的历史；我国历史上0的表示方式；计算工具的发展、我国土地特有面积单位“亩”、意大利格子乘法、神奇的莫比乌斯带

四年级下册：小括号、中括号、大括号的由来、小数的由来及其历史、《孙子算经》鸡兔同笼

五年级上册：什么是“数字黑洞”？方程的国内外史、《九章算术》方田章；刘徽出入相补原理

五年级下册：完全数；哥德巴赫猜想、几何学和欧几里得、《九章算术》立体图形体积计算公式、《九章算术》更相减损术

六年级上册：《庄子·天下篇》一尺之捶，日取其半，万事不竭、音乐五线谱中的分数、黄金比、圆周率；《周髀算经》祖冲之；《九章算术》方田章圆田术、恩格尔系数

六年级下册：中外负数的发展历史、圆柱容球（阿基米德）、抽屉原理、七桥问题

对于小学六年庞大的数学知识体系而言，教材上所罗列的数学史显得颇有“地广人稀”的感觉。所以笔者根据阅读和搜集了课内外的小学数学历史资料并将其与数学知识点一一对应。将历史资料分为与课程标准一致的“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”四大模块。

数与代数：刘徽与小数的发明；分数和小数的由来；（韦达）字母表示数及其历史，负数的历史；阿基米德表示大数；手指算（16世纪）；格子算法（15世纪）；古印度数学家在除数是0上的错误思考；古代中国、印度和近代欧洲的分数除法；一元一次方程的历史，移项（《九章算术》），盈不足问题（《九章算术》《算法统宗》），行程问题（斐波那契《计算之书》）。涵盖知识点：小数；分数；字母表示数；大数的认识；一位数乘法；两位数或多位数的乘法；正整数的除法；分数的除法；一元一次方程的概念、解法与应用。

图形与几何：泰勒斯与帕斯卡分别论证三角形内角和及其发展历史；祖冲之计算圆周率；开普勒推导圆面积及圆面积公式的发展历史；角的由来；圆的定义（《墨经》和《几何原本》）；位置表示方法的历史；出入相补原理。涵盖知识点：三角形内角和；圆周率；圆的面积；角；圆；位置的表示法；三角形与梯形的面积。

统计与概率：恩格尔系数。

综合与实践：七巧板；莫比乌斯带；数独；加减乘除、等于大于小于、括号等数学符号的历史；数学工具的发明（量角器、钟等）。涵盖知识点：正整数的四则运算等。

在历史收集研究后，需要选择制定出适合于课堂教学和儿童数学认知发展的教学设计。历史资料的选用必须让学生觉得有趣，有吸引力且兼备数学教育意义；必须要符合史实，不能因新颖而随意编造；最重要的一点是必须明确教学目标，不因为了历史而上数学史，数学史始终为学生创造独立思维，为达成教学目标所服务。

课本课本学生的根本。数学教材是最基础的数学学习内容的集合。显然，不论是教师在执教过程中还是学生学习作业上都感受到了所要掌握的数学内容远不止教材中的内容。

数学教材并不是学生学习数学的唯一材料。在整理收集数学史的中笔者发现在这当中寻找数学教学资源宛若遇见了一个极大的宝藏。可以对教材相关内容进行充实，既拓展了学生的数学视野，又丰富了学生对数学的理解，增强了学生独立思考的能力。

三、结缘——博观而约取，厚积而薄发

如何将数学史料有效地融入数学教育教学实践中，从而帮助学生增强独立思考的能力呢？我们需要选择适合于课堂教学的数学史。

（1）课外知识拓展型

有的数学史可以作为课外知识的拓展，出示在课前或课堂总结后，例如展示有关数学家的生平故事等。在教学大数的认识时可以讲述阿基米德数沙子的故事；在教学位置表示方法时可以讲述笛卡尔与苍蝇位置的故事（数对）；在教学圆周率时可以讲述祖冲之推算的故事。

（2）历史“遗留”问题型

根据历史资料改编成现代数学问题。例如《庄子·天下篇》一尺之捶，日取其半，万事不竭，改编现代语言的数学问题，更改数据，学生们互相出题。还有四年级的鸡兔同笼问题和六年级的七桥问题与欧拉定理。

（3）复制粘贴拿来型

直接运用历史上的数学问题或者解法等。例如在教学两位数乘法时可以直接引入格子算法；在教学行程相遇问题时，直接采用《九章算术》中的凫雁相逢问题或《计算之书》中的两船相遇问题；在教学三角形内角和时，可直接引用帕斯卡的证明过程。在总结除法运算规律时可以直接运用“同头无除商八、九”和“除数折半商四、五”的口号，这我国古代劳动人民逐步总结出来的除法试商经验。

（4）分解重构型

借鉴或重新构建知识的发生、发展历史。例如按照普洛克拉斯的“量—质—关系”⁴重现角概念的历史。在教学提取最大公因数时可以借鉴我国古代的数学名著《九章算术》里，记载最大公因数的方法——“以少减多，更相减损”。在学习多边形图形的面积时可以借鉴《九章算术》中记载着有关土地面积计算的内容，具体介绍了各种图形的面积计算方法。著名数学家刘徽在注文中用“以盈补虚”的方法加以证明，并配有生动形象的图。

没有数学史的数学课堂不会怎么样，有了数学史的数学课肯定不一样。当学生面对数学史“笑问客从何处来”时，给他们想探求的历史知识，促进独立思维。面对数学教材的一枝独秀，给学生的知识视野加点儿料，百花齐放才能满园春。数学不再是枯燥乏味的，教师平日的静心博观，精心约取，课堂上才能让学生达到厚积而薄发的效果。

参考文献：

[1]Cajori F. The pedagogic value of the history of physics. The School Review, 1899, 7(5): 278-285

[2]Kool M. An Extra Student in Your Classroom: How the History of Mathematics Can Enrich Interactive Mathematical Discussions at Primary School. Mathematics in School, 2008, 32(1): 19-22

[3]汪晓勤. HPM的若干展望和启示[J]. 中学教学月刊, 2012(2): 1-5

[4]Heath T L. The Thirteen Books of Euclid Elements. Cambridge: John Clay, 1968: 176-181